



Expansão de pulsos acústicos em ondaletas

Luiz G. Guimarães^{*1}, Wilson M. Figueiró², Paulo E.M. Cunha³

LGG@peno.coppe.ufrj.br

¹COPPE-UFRJ, ²CPGG-UFBA, ³CENPES-PETROBRAS

Copyright 2013, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 13th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 26-29, 2013.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 13th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

This paper addresses the problem of expanding multi-frequency acoustic pulses in polynomial wavelet basis. Trying to improve the well established results based on Haar wavelets, we developed two new polynomials like wavelets. In order to verify the accuracy of present procedure, we expand an acoustic chirp signal in these new wavelets basis as well as in the Haar basis. Our numerical results strongly suggest that these new polynomials basis are more accurate than Haar basis. The obtained good results to represent data can be thought as a motivation in order to parameterize seismic models (velocity fields) using the proposed wavelet series, aiming to produce appropriated conditions for the application of inversion procedures.

Key-Words: Compressional Wave, Underwater Acoustic, Wavelets, Signal Processing, Chirp.

Resumo

Este trabalho aborda o problema de expandirmos pulsos acústicos multi-freqüência em bases de ondaletas. Com intuito de aprimorarmos os resultados já bem conhecidos das ondaletas Haar, desenvolvemos duas novas bases de ondaletas polinômiais. Nossos resultados numéricos aplicados a um pulso acústico do tipo "assovio", mostram que essas nossas duas novas bases fornecem uma acurácia superior àquela encontrada no caso da ondaleta Haar. Os resultados obtidos para a representação do sinal considerado podem servir de motivação visando parametrizar modelos sísmicos (campos de velocidades) utilizando-se as séries ondaletas propostas tendo em vista preparar terreno visando sua utilização em procedimentos de inversão.

Palavras-Chaves: Sísmica, Acústica Oceanográfica, Ondaletas, Processamento de Sinais, Pulsos Multi-Freqüência.

Introdução

Ao longo de quase todo século passado, processamento de sinais tornou-se uma parte essencial do desenvolvimento científico e tecnológico, em particular impulsionou fortemente grandes avanços nas telecomunicações (De Oliveira, 2007). Isto se deve e ainda se deve, ao contínuo aprimoramento das técnicas que envolvem a codificação, compressão, transmissão e reconstrução de dados (De Oliveira, 2007). O alicerce teórico de tais técnicas baseia-se na análise harmônica.

Na geofísica, geralmente, busca-se condições para a realização de procedimentos de inversão, campos de velocidades sísmicas, provenientes de modelos geológicos, são representados (parametrizados) por série ondaleta (Martinez & Figueiró, 2011; Perin & Figueiró, 2012; e Cerqueira & Figueiró, 2012), pois são os coeficientes de tais séries que se comportarão como os parâmetros do modelo a serem estimados usando dados reais observados, numa possível busca de solução para o problema inverso. Portanto, procura-se chegar a um convencimento de que é possível representar campos de velocidades com razoável grau de realismo utilizando-se a menor quantidade possível de coeficientes na série ondaleta. Um segundo importante uso das ondaletas está na representação do dado geofísico, o que se faz com a finalidade de resolver problemas tais como: atenuação do ruído, supressão de informações indesejadas (por exemplo: remoção do *ground-roll* presente em sismogramas, tal como pode ser visto em Almeida, 2013), e compressão de informação. É neste segundo tipo de uso da ondaleta que o presente trabalho se aplica.

Entretanto, não apenas na geofísica, mas em várias outras áreas da ciência, muitas vezes se faz necessário analisar um problema em várias escalas de resolução, sejam escalas espaciais, temporais ou em termos de freqüências (Foufoula-Georgiou & Kumar, 1994). Nestes casos, a análise de Fourier não será muito adequada para esta tarefa, pois devido ao princípio de incerteza harmônica (ou de Heisenberg) haverá sempre uma limitação em resolução espaço-temporal em detrimento de resolução em respectivas freqüências. Com intuito de contornar um pouco essas limitações da análise harmônica, revigorou-se ao final do século passado o estudo de ondaletas onde a análise em multi-resolução pode ser implementada de modo natural (Morettin, 1999). Neste sentido, vamos propor neste trabalho duas novas bases de ondaletas tipo polinômios lineares e quadráticos. Além disso, será visto nas seções seguintes a aplicação deste nosso modelo teórico ao estudo de expansão de pulsos acústicos multi-freqüência nessas duas novas bases de ondaletas, bem como faremos análises e comparações com os resultados já bem conhecidos e estudados na base Haar (Morettin, 1999). Com este intuito, detalhamos a seguir nossos procedimentos e métodos.

Metodologia

Dentro do formalismo de ondaletas (Morettin, 1999), tem-se que para uma dada escala j , uma possível expansão de uma função $f(x)$, quadraticamente integrável no intervalo $0 \leq x < 1$, pode ser descrita por uma base de ondaletas tipo Haar como:

$$f \mapsto f_j = \sum_{k=0}^{2^j-1} \langle \varphi_{jk}^0 | f \rangle \varphi_{jk}^0 + \sum_{k=0}^{2^j-1} \langle \chi_{jk}^0 | f \rangle \chi_{jk}^0, \quad (1)$$

onde os coeficientes $\langle \varphi_{jk}^0 | f \rangle$ e $\langle \chi_{jk}^0 | f \rangle$ podem ser calculados pela ortonormalidade das ondaletas φ e χ , sendo estas escritas respectivamente como (Morettin, 1999):

$$\frac{\varphi_{jk}^0}{\sqrt{2^j}} = \begin{cases} 1 & ; \text{ se } \frac{k}{2^j} \leq x < \frac{k+1}{2^j} \\ 0 & ; \text{ outros casos} \end{cases} \quad (2)$$

e

$$\frac{\chi_{jk}^0}{\sqrt{2^j}} = \begin{cases} +1 & ; \text{ se } \frac{k}{2^j} \leq x < \frac{k+\frac{1}{2}}{2^j} \\ -1 & ; \text{ se } \frac{k+\frac{1}{2}}{2^j} \leq x < \frac{k+1}{2^j} \\ 0 & ; \text{ outros casos.} \end{cases} \quad (3)$$

Por outro lado, observando-se a Figura (1), intui-se que a base Haar deve representar bem funções “suaves” e que não variem muito rapidamente, pois as ondaletas φ e χ se comportam como filtros “passa-baixa” e “passa-alta”, respectivamente (Morettin, 1999). Para tentar amenizar um pouco essas limitações da base Haar, vamos tentar construir bases de ondaletas que estejam mais próximas quanto ao atendimento da propriedade da diferenciabilidade e que possam descrever um pouco melhor funções que apresentem várias oscilações rápidas, como tipicamente são os pulsos acústicos e sísmicos (Burdic, 2002).

Para tanto, observa-se que além de serem bases ortonormais, ondaletas em escala j devem satisfazer às seguintes relações de simetria discreta (Foufoula-Georgiou & Kumar, 1994):

$$\varphi_{jk} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_{j+1, 2k} + \varphi_{j+1, 2k+1}] \quad (4)$$

e

$$\chi_{jk} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_{j+1, 2k} - \varphi_{j+1, 2k+1}].$$

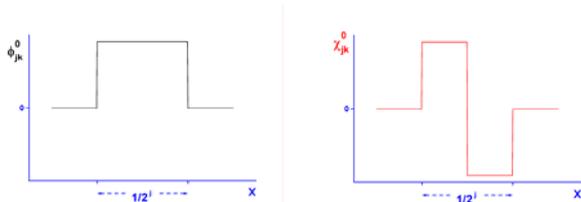


Figura 1: Esboço do comportamento de uma base de Ondaletas Haar.

Fazendo uso desta propriedade de simetria e das idéias de bases tipo *Splines* (Foufoula-Georgiou & Kumar, 1994), podemos generalizar as Eqs. (2) e (3) em termos de polinômios de graus inteiros. Por exemplo, no caso de *Ondaletas Lineares* (OL) temos, respectivamente, a seguinte representação para as funções bases:

$$\frac{\varphi_{jk}^1}{\sqrt{2^j 3}} = \begin{cases} 1 - 2^{j+1} \left| x - \frac{k+\frac{1}{2}}{2^j} \right| & ; \text{ se } \frac{k}{2^j} \leq x < \frac{k+1}{2^j}, \\ 0 & ; \text{ em outros casos} \end{cases} \quad (5)$$

e

$$\frac{\chi_{jk}^1}{\sqrt{2^j 3}} = \begin{cases} 1 - 2^{j+2} \left| x - \frac{k+\frac{1}{4}}{2^j} \right| & ; \text{ se } \frac{k}{2^j} \leq x < \frac{k+\frac{1}{2}}{2^j} \\ 2^{j+2} \left| x - \frac{k+\frac{3}{4}}{2^j} \right| - 1 & ; \text{ se } \frac{k+\frac{1}{2}}{2^j} \leq x < \frac{k+1}{2^j} \\ 0 & ; \text{ em outros casos.} \end{cases} \quad (6)$$

Observa-se tanto das Eqs. (5) e (6) como da Figura (2) que os elementos da base OL, além de serem filtros “passa-banda”, possuem também em boa parte de seu domínio derivada primeira finita e bem comportada, de modo que esperamos que “efeitos” de tangência sejam melhores representados por esta base do que pela Haar.

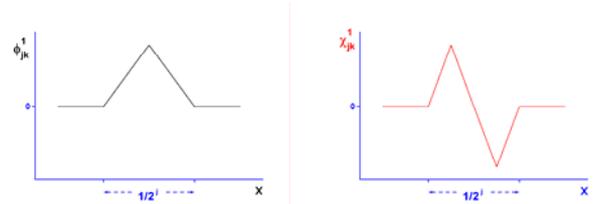


Figura 2: Esboço do comportamento de uma base OL.

Por outro lado, dando continuidade a esse esquema de “suavização” da base de ondaletas, o passo seguinte é naturalmente a introdução de polinômios de grau 2. Sendo assim, usando os mesmos princípios de simetria e ortogonalidade anteriormente descritos, podemos escrever as *ondaletas Quadráticas* (OQ) da seguinte forma:

$$\frac{2\varphi_{jk}^2}{\sqrt{2^j 30}} = \begin{cases} 1 - 4^{j+1} \left(x - \frac{k+\frac{1}{2}}{2^j} \right)^2 & ; \text{ se } \frac{k}{2^j} \leq x < \frac{k+1}{2^j} \\ 0 & ; \text{ em outros casos,} \end{cases} \quad (7)$$

bem como,

$$\frac{2\chi_{jk}^2}{\sqrt{2^j 30}} = \begin{cases} 1 - 4^{j+1} \left(x - \frac{k+\frac{1}{4}}{2^j} \right)^2 & ; \text{ se } \frac{k}{2^j} \leq x < \frac{k+\frac{1}{2}}{2^j} \\ 4^{j+1} \left(x - \frac{k+\frac{3}{4}}{2^j} \right)^2 - 1 & ; \text{ se } \frac{k+\frac{1}{2}}{2^j} \leq x < \frac{k+1}{2^j} \\ 0 & ; \text{ em outros casos.} \end{cases} \quad (8)$$

Observamos da Figura (3) e das Eqs. (7) e (8) que a base OQ são novamente também filtros “passa-banda”, com as suas derivadas primeira e segunda bem definidas em quase todo seu domínio, sendo assim, tanto “efeitos”

de tangência quanto de curvatura podem ser bem contemplados por esta base, aprimorando assim um pouco mais a acurácia desta base quando comparada as bases Haar e OL.

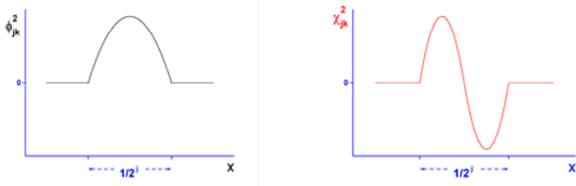


Figura 3: Esboço do comportamento de uma base OQ.

Por fim, de uma maneira geral podemos re-escrever a expansão dada pela Eq. (1) em termos destas bases como:

$$f \mapsto f_{jk}^n = \sum_{k=0}^{2^l-1} \langle \varphi_{jk}^n | f \rangle \varphi_{jk}^n + \sum_{k=0}^{2^l-1} \langle \chi_{jk}^n | f \rangle \chi_{jk}^n, \quad (9)$$

onde o grau $n \in \{0, 1, 2\}$ do polinômio indexa, respectivamente, as bases: Haar, OL e OQ. Observe que em qualquer um desses casos, tem-se um número de 2^{l+1} coeficientes a serem determinados, podendo ser estes obtidos a partir da ortonormalidade dessas bases, isto é:

$$\langle \varphi_{jk}^n | f \rangle = \int_{k/2^l}^{(k+1)/2^l} f(x) \varphi_{jk}^n dx \quad (10)$$

$$\langle \chi_{jk}^n | f \rangle = \int_{k/2^l}^{(k+1)/2^l} f(x) \chi_{jk}^n dx \quad (11)$$

Nas seções a seguir, vamos mostrar nossos resultados numéricos, discutir um pouco sobre vantagens e desvantagens dessa metodologia, bem como sumarizar nossas observações e discussões.

Resultados

Pela sua utilidade em acústica submarina (Burdic, 2002), bem como em sísmica (Foufoula-Georgiou & Kumar, 1994), escolhemos inicialmente como objeto de estudo desse trabalho um pulso acústico tipo "assovio" (*chirp*) excitado durante um intervalo de tempo de 1 ms e amostrado em 500 pontos. Por comodidade, iremos fazer essa nossa análise inicial utilizando uma escala fixa de $j=5$. Portanto, para cada expansão em ondaletas (Haar, OL e OQ) será necessário o cálculo de $2^{5+1} = 64$ coeficientes, como mostram as Eqs. (9), (10) e (11).

O painel esquerdo da Figura (4a) compara os valores do pulso (a curva cheia "Signal") com sua expansão em ondaletas Haar (simbolizada pela linha tracejada entre "círculos cheios" ●). Essa figura sugere que a expansão Haar é bastante satisfatória, porém ela parece subestimar os valores absolutos de pico do pulso e tende a não representar bem outros valores, mostrando uma certa tendência de aglutinamento de seus resultados em torno dos valores máximos ou mínimos de pressão do pulso. Para tentar quantificar melhor essas observações,

traçamos no painel à direita da Figura (4a) o desvio quadrático entre o pulso e sua expansão Haar ao longo de toda duração de 1 ms do pulso, bem como numericamente calculamos nesse intervalo de tempo seu valor médio ($\Delta^2 \approx 7.6 \times 10^{-3}$).

(a)

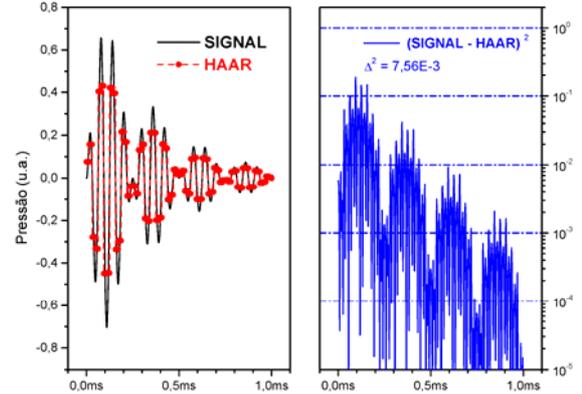


Figura 4a: Compara um pulso tipo "assovio" com sua expansão em base ondaleta Haar.

Por outro lado, mostramos no painel esquerdo da Figura (4b) uma comparação entre o pulso e sua expansão OL. Diferentemente da expansão Haar, a OL parece se distribuir mais uniformemente ao longo de toda duração do pulso. Entretanto, a expansão OL parece sobreestimar um pouco os valores absolutos de pico. Além disso, o painel direito da Figura (4b) mostra que o desvio quadrático da expansão OL oscila em torno de um valor médio de $\Delta^2 \approx 5.5 \times 10^{-4}$, valor este de uma ordem de grandeza inferior ao caso da expansão Haar.

(b)

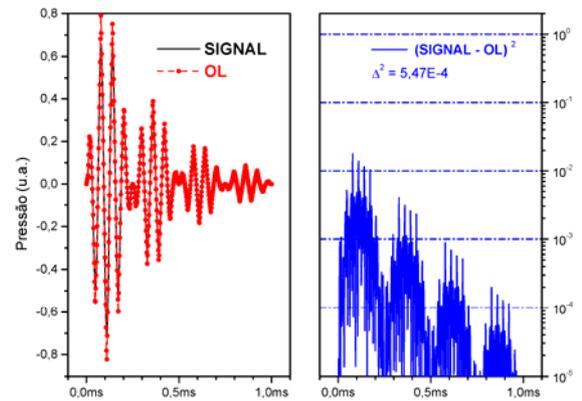


Figura 4b: Compara um pulso tipo "assovio" com sua expansão em base ondaleta OL.

Em consonância com o esperado teoricamente, o painel esquerdo da Figura (4c) mostra ao longo de toda duração do pulso, uma concordância extremamente satisfatória entre seus valores e os de sua expansão OQ. Observa-

se que a expansão OQ não só se distribui uniformemente ao longo de todo pulso, como também, parece não superestimar ou subestimar seus valores em nenhum ponto. Além disso, como mostra o painel direito da Figura (4c), tal acurácia se reflete respectivamente no comportamento do desvio quadrático associado à expansão OQ e seu valor médio de $\Delta^2 \approx 6.8 \times 10^{-5}$ (duas ordens de grandeza inferior ao da expansão Haar).

A seguir, resumiremos nossos principais resultados bem como discutiremos nossas conclusões sobre estes.

(c)

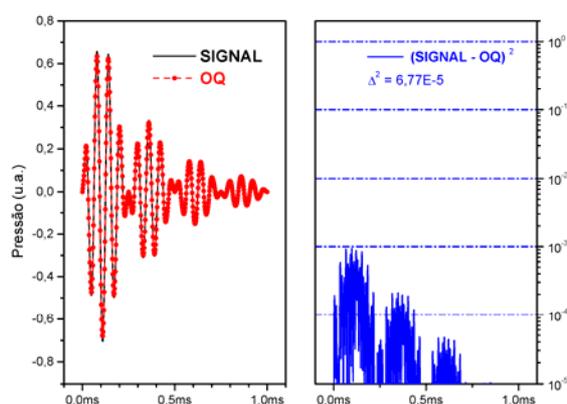


Figura 4c: Compara um pulso tipo "assovio" com sua expansão em base ondaleta OQ.

Discussões e Conclusões

Mostramos neste resumo que usando as relações de simetria, Eq. (4), é possível gerar ondaletas com caráter polinomial similares às ondaletas Haar, mais especificamente desenvolvemos um novo conjunto de bases, sendo uma com perfil linear e outra com quadrático, denominadas como OL (dadas pelas Eqs. (5) e (6)) e OQ (dadas pelas Eqs. (7) e (8)). Para compararmos a viabilidade destas bases com a Haar, expandimos um pulso acústico tipo assovio, como as Figuras (4a), (4b) e (4c) mostram. Para uma dada escala, $j = 5$, fixa, estas figuras sugerem que à medida que o grau do polinômio referente à base cresce (veja a Eq. (9)), a acurácia da respectiva expansão em ondaletas aumenta também. Isto pode ser visto também na diminuição sistemática do desvio quadrático médio, Δ^2 , a medida que o grau do polinômio (linear ou quadrático) cresce. Estes resultados iniciais foram bastante animadores e estamos no momento generalizando-os para o desenvolvimento de bases de ondaletas bi-dimensionais.

Cabe ainda acrescentar que os resultados obtidos com as ondaletas utilizadas na representação de um tipo específico de sinal, que tem características comuns com respeito ao dado (traço) sísmico, podem servir de motivação visando aplicá-las na parametrização de campos de velocidades sísmicas. Neste caso, abre-se mão de uma muito boa acurácia, em troca de uma redução significativa no número de coeficientes necessários na série. Neste caso, é aceitável uma perda

de qualidade da imagem, que pode ser superada no momento interpretativo, desde que isto implique numa redução do número de parâmetros do modelo, pois são estes as incógnitas do problema inverso. Uma dificuldade que surge na representação dos campos que não foi enfrentada no presente trabalho foi a questão da dimensão dos modelos que, em situações de interesse, não se restringem ao caso unidimensional. Esforços neste sentido estão sendo realizados com anseios de publicação de seus principais resultados em breve.

Agradecimentos

Os autores agradecem: à COPPE-UFRJ, ao CPGG-UFBA, à Rede de Geofísica Aplicada do CENPES-PETROBRAS e à ANP.

Referências

- Almeida, L.J.A.; 2013. Atenuação do Ground Roll utilizando a Transformada Wavelet em conjunto com a Deconvolução Adaptativa. Trabalho de Graduação, Geofísica, UFBA, Salvador, BA, Brasil.
- Burdic, W.S.; 2002. Underwater Acoustic System Analysis. Reprint of second edition, Prentice-Hall Inc., California, USA.
- Cerqueira, A.G. & Figueiró, W.M.; 2012. Otimização empírica de coeficientes na parametrização por série ondaleta Haar de campos de velocidades sísmicas. V Simpósio Brasileiro de Geofísica, 2012, Salvador, BA. Resumos Expandidos, V SimBGf, 2012. v. 1. p. 1-6.
- De Oliveira, H.M.; 2007. Análise de Sinais para Engenheiros: Uma Abordagem via Wavelets. BRASPORT.
- Foufoula-Georgiou, E. & Kumar, P.; 1994. Wavelets in Geophysics. Academic Press, Inc.
- Martinez, A.C. & Figueiró, W.M.; 2011. Parametrização ondaleta do campo de velocidades sísmicas relativo a um domo salino. Resumos Expandidos, 12th International Congress of the Brazilian Geophysical Society (CISBGf), CDROM, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Morettin, P.A.; 1999. Ondas e ondaletas: da Análise de Fourier à Análise de Ondaletas. Edusp, Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- Perin, H.M. & Figueiró, W.M.; 2012. Parameterization of two-dimensional seismic velocity fields using the Haar wavelet. Society of Exploration Geophysicists (SEG) Technical Program Expanded Abstracts, v. 1, p. 1-5, SEG 82th Annual Meeting, Las Vegas, USA.